

Helikonen, eine Präzession von Wirbelströmen

Von F. R. KESSLER

Institut für Experimentalphysik der Universität des Saarlandes, Saarbrücken
(Z. Naturforschg. 18 a, 1030–1031 [1963]; eingeg. am 5. August 1963)

Seit 1961 kennt man durch BOWERS, LEGENDY und ROSE¹ den experimentellen Befund, daß in einer Probespule Sp_1 eine Wechselspannung der Kreisfrequenz ω induziert wird, wenn in einem Elektronenleiter eine von außen eingeprägte (z. B. homogene) magnetische Induktion \mathbf{B}_i (z. B. mittels stromdurchflossener Spule Sp_i) schlagartig entfernt wird (z. B. durch Abschalten des Stromes in Sp_i), dabei aber ein konstante magnetische Induktion \mathbf{B}_0 in der in Abb. 1 skizzierten Konfiguration vorhanden ist. In einer zu \mathbf{B}_0 axial parallelen Spule Sp_2 wird keine Spannung induziert.

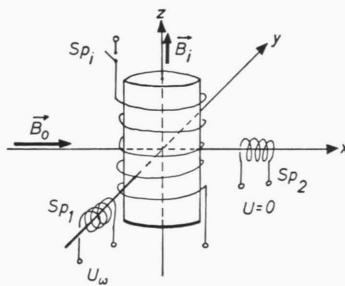


Abb. 1. Konfiguration zum Helikonen-Experiment.

Die induzierte Spannung in Sp_1 zeigt ein überlageretes exponentielles Abklingen mit der Zeitkonstanten T

$$T = \mu_0 \sigma_0 Q \quad (1)$$

auf Grund der Dämpfung, die vollständig der von Wirbelströmen in Abwesenheit von B_0 entspricht². Für diese Zeitkonstante ist, nach einem kurzen Einstellungsvorgang, die Gleichstromleitfähigkeit σ_0 verantwortlich. Q ist ein Geometriefaktor mit der Dimension einer Fläche, der im wesentlichen die Querschnittsfläche einer prismatischen Probe angibt, die im übrigen als unendlich lang aufgefaßt werden kann.

Die Ursache der geschilderten sinusförmigen Induktionswirkung wurde von AGRAIN³ 1960 für Festkörper vorhergesagt und mit dem Namen *Helikonen* belegt.

In einer Reihe von Folgearbeiten, von denen nur eine jüngere zitiert sei⁴, fehlt es nicht an theoretischen Ableitungen dieses neuen galvanomagnetischen Phänomens, sei es auf der Basis einer Kraftgleichung, die die elektrische Feldstärke, den elektrischen Strom und die LORENTZ-Kraft enthält, sei es auf der Basis der BOLTZMANNSchen Transportgleichung (Stoßgleichung).

¹ R. BOWERS, C. LEGENDY u. F. ROSE, Phys. Rev. Letters **7**, 339 [1961].

² C. P. BEAN, R. W. DEBLOIS u. L. B. NESBITT, J. Appl. Phys. **30**, 1976 [1959].

Im Grunde genommen handelt es sich bei den Helikonen jedoch einfach um eine Präzession von Wirbelströmen, wie die folgenden Zeilen zeigen sollen. Diese Art der Darstellung, die an einem Beispiel prinzipieller Probengeometrie zum richtigen Resultat für die (Helikonen-) Frequenz ω führt, hat den Vorzug großer anschaulichkeit, wie er jeder korpuskularen Interpretation innewohnt.

Durch das Abschalten der Induktion B_i werden in dem Material Wirbelströme erzeugt, die um die Richtung von B_i , d. h. in Abb. 1 bzw. Abb. 2 um die z -Achse kreisen. Die bewegten Elektronen stellen wegen ihrer negativen Ladung damit einen Kreisel mit einem Drehimpuls \mathbf{I} in $(-z)$ -Richtung dar. Auf Grund der Kraftwirkung der Induktion B_0 auf das magnetische Dipolelement \mathbf{M} , das mit dem Kreisstrom verbunden und parallel zu $(-\mathbf{I})$ ist, wirkt auf den Kreisel ein Drehmoment \mathbf{D} in y -Richtung. Der Kreisel weicht in der Form der Präzessionsbewegung aus und vollführt eine Drehung mit der Winkelgeschwindigkeit ω in x -Richtung, die senkrecht auf \mathbf{I} und \mathbf{D} steht.

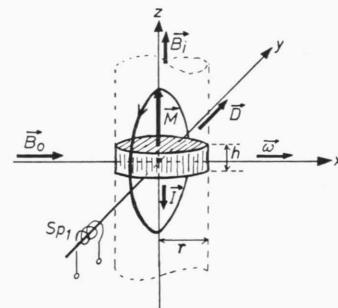


Abb. 2. Skizze zur Präzession der Wirbelströme.

Damit dreht sich das magnetische Moment \mathbf{M} in der $y-z$ -Ebene mit dieser Winkelgeschwindigkeit und induziert in einer Spule, deren Achse in dieser Ebene liegt, eine sinusförmige Wechselspannung der Kreisfrequenz ω .

Die Präzessionsfrequenz (= Helikonen-Frequenz) berechnet sich aus

$$\omega = \frac{D}{I} = \frac{\text{Drehmoment}}{\text{Drehimpuls}}. \quad (2)$$

Zur Ableitung sei zunächst eine unendliche Leitfähigkeit vorausgesetzt, d. h. die Dämpfung vernachlässigt. Bei gegebener Elektronendichte N ist dies gleichbedeutend mit einer unendlich großen Stoßzeit der Elektronen τ .

³ P. AGRAIN, Proc. Int. Conf. on Semiconductor Physics, Prague 1960, S. 224.

⁴ P. COTTI, A. QUATTROPANI u. P. WYDER, Phys. kondens. Materie **1**, 27 [1963].



Unter dieser Voraussetzung ist das Material vollkommen diamagnetisch wie ein Supraleiter. Die von den Wirbelströmen nach Maßgabe der LENZSchen Regel in dem Material aufrechterhaltene Induktion ist dann gleich B_i .

Legt man für die Rechnung eine zylinderförmige und unendlich lange Probengeometrie zugrunde (Abb. 2) und betrachtet man darin eine herausgegriffene Stromscheibe (schraffiert), so ergibt sich für diese Stromscheibe ein magnetisches Dipolmoment

$$M = B_i r^2 \pi h \quad (3)$$

und damit das Drehmoment zu

$$D = M \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1}{\mu_0} B_i B_0 r^2 \pi h. \quad (4)$$

Der Drehimpuls berechnet sich folgendermaßen: Das Trägheitsmoment der Stromscheibe um die z -Achse als Drehachse beträgt

$$\Theta = \frac{1}{2} r^4 \pi h m^* N, \quad (5)$$

wobei m^* die effektive Masse der bewegten Elektronen ist. Die Winkelgeschwindigkeit ω' der Elektronen ist vom Radius q ihrer Kreisbahn⁵ unabhängig. Sie berechnet sich unter Berücksichtigung der Tatsache, daß die Elektronen unter der gegebenen Voraussetzung ($\tau = \infty$) auf ihrer Kreisbahn unter der Wirkung der aus dem Induktionsgesetz

$$\oint_F \mathbf{E} d\mathbf{s} = - \mathbf{F} \frac{d\mathbf{B}_i}{dt} \quad (6)$$

resultierenden Feldstärke E

$$E = - \frac{q}{2} \frac{dB_i}{dt} \quad (7)$$

eine längs der Kreisbahn *beschleunigte* Bewegung durchführen. Nach der Zeit Δt , der Abschaltzeit des Stromes in der Spule S_i , beträgt die Bahngeschwindigkeit

$$v = \frac{e}{m^*} \int_0^{\Delta t} E dt = \frac{e}{m^*} \frac{q}{2} \int_0^{\Delta t} \frac{dB_i}{dt} dt = \frac{e}{m^*} \frac{q}{2} B_i \quad (8)$$

und so die Winkelgeschwindigkeit der Elektronen im Wirbelstrom

$$\omega' = \frac{v}{q} = \frac{e}{m^*} \frac{1}{2} B_i. \quad (9)$$

Aus (4), (5) und (9) ergibt sich die Helikonen-Frequenz nach (2) zu

$$\omega = \frac{B_0}{\mu_0 e N (r/2)^2} \quad (10)$$

oder nach einer Umformung auf den HALL-Koeffizienten R

$$R = 1/e N, \quad (11)$$

⁵ Die Kreisbahn wird durch die Neutralitätsbedingung erzwungen, die dafür sorgt, daß stationär jede Zentrifugalbewegung und die damit verbundene Dichteänderung der

$$\omega = \frac{B_0 R}{\mu_0 (r/2)^2}. \quad (12)$$

Dies ist die Form, in der das Resultat üblicherweise angegeben wird. Der Nenner enthält in jedem Fall einen Faktor mit der Dimension einer Fläche, der wieder wie in (1) dem Querschnitt der Probe proportional und von gleicher Größenordnung ist.

Faßt man die Helikonen als eine zirkular polarisierte stehende Welle auf, so wird durch den Probenquerschnitt die halbe Wellenlänge bzw. das ganzzählige Vielfache davon festgelegt. Damit wird deutlich, daß bei den Helikonen auch Oberschwingungen existieren können.

Bemerkenswert erscheint die Tatsache, daß trotz der Kreiseigenschaften die (effektive) Masse der Ladungsträger herausfällt. Im Drehimpuls kompensiert sich ihr Einfluß. Andernfalls wäre auch eine Darstellung der Helikonen mit Hilfe der phänomenologischen Kontinuumstheorien (MAXWELLSche Gleichungen) nicht möglich.

Läßt man die Voraussetzung der unendlichen Leitfähigkeit fallen, so klingen die Wirbelströme mit der Zeitkonstanten T ab. Man wird aber offensichtlich noch eine induzierte Wechselspannung beobachten können, falls die Periodendauer der Helikonen-Frequenz kleiner ist als T . Dies führt [(1) mit (12)] zu der Bedingungsgleichung für das Auftreten der Helikonen (die Geometriefaktoren sind in gleicher Größenordnung)

$$\omega \gg 1/T, \quad \text{d. h. } \sigma_0 B_0 R \gg 1. \quad (13)$$

Berücksichtigt man, daß die Gleichstromleitfähigkeit gegeben ist durch

$$\sigma_0 = e b_0 N \quad (14)$$

und für die Gleichstrombeweglichkeit b_0 in bekannter Weise gilt

$$b = (e/m^*) \tau, \quad (15)$$

so ist die Bedingungsgleichung (13) identisch mit der Form

$$\frac{e}{m^*} B_0 = \omega_c \gg \frac{1}{\tau}, \quad (16)$$

wobei ω_c die Zyklotronkreisfrequenz der freien Ladungsträger im Feld B_0 ist. In dieser Form läßt sich die Bedingungsgleichung wieder korpuskular interpretieren: Die Elektronen müssen so große Stoßzeiten haben, daß sie im Felde B_0 mindestens einen Umlauf ohne Stoß durchführen können. Es ist verständlich, daß andernfalls keine Kreiseleffekte und damit keine Helikonen auftreten können. Diese Bedingung ist übrigens identisch mit derjenigen, die für das Auftreten der Zyklotronresonanzabsorption gilt. Eine Abschätzung zeigt, daß zur Realisierung des Helikonen-Experiments, wie bei der Zyklotronresonanz, entweder tiefe Temperaturen oder hohe Magnetfelder, häufig jedoch beide Voraussetzungen gleichzeitig notwendig werden.

freien Elektronen durch eine entsprechende radiale elektrische Feldstärke verhindert wird.